

## B-C 转捩模型的标定与应用\*

余秋阳<sup>1</sup>, 邓小刚<sup>2</sup>, 包芸<sup>1</sup>, 王光学<sup>3</sup>, 王靖宇<sup>3</sup>, 张怀宝<sup>3</sup>

- (1. 中山大学工学院, 广东 广州 510006;  
2. 国防科技大学空天科学学院, 湖南 长沙 410073;  
3. 中山大学物理学院, 广东 广州 510006)

**摘要:** 针对流体动力学中的转捩问题, 利用基于当地关联的 B-C 转捩模型, 克服了包含输运方程的转捩模型会改变计算过程中的方程个数的缺点, 使用间歇因子函数修正 S-A 湍流模型的生成项来实现转捩模拟功能; 并在零压力梯度平板的实验数据基础上对该转捩模型进行了标定。运用 B-C 转捩模型对二维低速流动问题进行了数值模拟研究, 计算结果与实验的对比表明: 标定后的 B-C 转捩模型可以更准确模拟平板算例的转捩位置; 在中低雷诺数范围内, 标定后的 B-C 转捩模型可以很准确地计算中等攻角下的翼型的气动力参数。

**关键词:** 转捩模型; 经验关联; 标定

**中图分类号:** V211.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 0529-6579(2018)05-0049-08

### Calibration and application of B-C transition model

YU Qiuyang<sup>1</sup>, DENG Xiaogang<sup>2</sup>, BAO Yun<sup>1</sup>, WANG Guangxue<sup>3</sup>, WANG Jingyu<sup>3</sup>, ZHANG Huaibao<sup>3</sup>

- (1. School of Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510175, China;  
2. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;  
3. School of Physics, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510006, China)

**Abstract:** Aiming at the problem of transition in fluid dynamics, a empirical correlation-based B-C transition model is proposed. This transition model does not change the number of transport equations, and overcomes the disadvantage that the transition model containing the transport equation will change the number of equations in the calculation process. B-C transition model uses an intermittency function to multiply the production term of the S-A turbulence model to implement the transition simulation. The transition model was calibrated by the experimental data of the zero pressure gradient flat plate. Based on the calibrated transition model, the flow over the two-dimensional low speed airfoil was investigated. Comparison between the calculated results and the experiment data indicates that the B-C transition model after calibration can more accurately simulate the transition location of the flat plate case; in the moderately high and low Reynolds number range, the B-C transition model can calculate the aerodynamic coefficients more accurately at moderately high angle of attack.

**Key words:** transition model; empirical correlation; calibration

\* 收稿日期: 2018-01-01

基金项目: “十三五”装备预研共有技术项目(41406030101)

作者简介: 余秋阳(1994年生), 男; 研究方向: 计算流体力学; E-mail: yuqy7@mail2.sysu.edu.cn

通信作者: 王光学(1976年生), 男; 研究方向: 计算流体力学; E-mail: wgx111@sina.com

转捩现象的研究对飞行器设计非常重要。层流边界层和湍流边界层结构的不同会导致很多气动参数在转捩后发生很大的变化。20 世纪末, 湍流模式理论显示出它在工程应用上的优势, 很多模型如 S-A 模型<sup>[1]</sup>、 $k-\omega$  模型<sup>[2]</sup>等涌现出来, 全湍流的计算也得到了很多令人振奋的结果。但与此同时, 转捩现象的数值模拟却没有得到很好的发展, 原因可以归结为转捩现象本身的复杂性<sup>[3]</sup>: ① 在于物理过程的复杂性。转捩的类型包括自然转捩、旁路转捩、分离诱导转捩等, 同时湍流边界层在强顺压梯度下还可能再层流化, 很难从一两个物理量的变化得到全部的物理信息。② 在于数学表达的复杂性。转捩流动中线性和非线性效应的相互影响导致几乎不可能用单一数学模型来刻画这一物理现象。

近来, 基于当地关联的转捩模型已经有了显著的发展。这些转捩模型耦合到湍流模型里使用, 可以更好地模拟气动参数。其中, 应用最多的是 Menter 和 Langtry 在 2004 年提出的  $\gamma-Re_\theta$  基于当地关联的转捩模型<sup>[4]</sup>。该模型起初是耦合于 SST 模型使用, 后来也在 S-A 模型上实现<sup>[5]</sup>。该模型同时具备了转捩经验关联方法和低雷诺数湍流模型的优点, 它不注重于模拟转捩的物理过程, 而是为经验关联函数提供可以与 CFD 匹配的框架。该模型由模拟转捩区域流动的  $\gamma$  方程和用于预测转捩位置的  $Re_{\theta}$  方程组成。该模型最大的特点在于应用者可以根据自己的需求使用不同的经验关联式进行标定。只要经验关联合适, 该模型不会受限于单一的转捩机制。该模型现在已经集成到了商业软件 FLUENT 和 CFX 中, 国内外很多学者已经在不同的计算软件平台对该模型进行了研究与标定<sup>[6-12]</sup>。

C 转捩模型由 Onur Bas 和 Samet 等在 2013 年提出<sup>[13]</sup>。它与  $\gamma-Re_\theta$  模型一样基于当地关联。B-C 模型使用函数公式而不是输运方程去激发转捩过程。它耦合于 S-A 湍流模型上使用, 因其同样包含经验关联式, 也可以根据不同的转捩关联进行标定。本文详细介绍了 B-C 转捩模型, 利用零压力梯度平板转捩实验数据得到一组关联函数; 并针对 E387、NLF(1)-416 翼型做了验证计算, 将得到的结果与风洞实验结果、全湍流计算结果进行了比较, 获得了有益的结论。

## 1 B-C 转捩模型简介

非结构软件平台中的 B-C 转捩模型与文献 [13] 中的略有不同, 修正了部分量纲不匹配的问题。

间歇因子  $\gamma$  是转捩过程中流动状态的一个物理性质, 整个转捩过程  $\gamma$  从层流状态时的 0 变为全湍流状态时的 1。B-C 转捩模型的思想就是建立一个间歇因子  $\gamma$  的表征函数用于实现转捩的数值模拟。S-A 湍流模型的方程为:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{v}u_j)}{\partial x_j} = C_{b1} \tilde{S}\bar{v} - E + D \quad (1)$$

B-C 模型在原湍流模型生成项上乘上  $\gamma$  函数, 从而达到在湍流计算中引入转捩的目的。

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{v}u_j)}{\partial x_j} = \gamma C_{b1} \tilde{S}\bar{v} - E + D \quad (2)$$

这样的转捩模型不会改变计算过程中的方程个数, 形式上也较简单, 这是它优于输运方程转捩模型之处。其中,  $\gamma$  函数的具体形式为:

$$\gamma = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sqrt{\max(Re_\theta - Re_{\theta,c,0})}}{\delta_1 Re_{\theta,c}} + \sqrt{\frac{\max(v_{BC} - v_{cr,0})}{v_{cr}}}\right)\right] \quad (3)$$

(3) 式由两部分组成: 第一部分将涡雷诺数与转捩起始动量厚度雷诺数关联起来, 起到判断转捩位置的作用; 第二部分在近壁面区起作用。近壁面区涡雷诺数等于 0, 以至于第二部分也会等于 0。第一部分使用的关联方法来源于文献 [4], 其具体形式为:

$$Re_\theta = \frac{Re_v}{2.193}$$

$$Re_v = \frac{\rho \gamma^2 \Omega}{\mu} \quad (4)$$

(3) 式中参数  $\delta_1 = 0.002$ ,  $\delta_2 = 5.0$ , 且

$$\begin{cases} v_{BC} = \frac{v_t}{V_y}; \\ V = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \\ v_{cr} = \frac{\delta_2}{Re} \end{cases} \quad (5)$$

目前的 B-C 转捩模型使用的转捩动量厚度雷诺数表达式是一个与湍流强度相关的经验关联式<sup>[3]</sup>, 即为:

$$Re_{\theta,c} = 803.73(Tu + 0.6067)^{-1.027} \quad (6)$$

## 2 B-C 转捩模型标定过程

B-C 转捩模型的标定是指利用 T3 系列低速平板实验的实验数据对模型中的经验关联式进行标定。B-C 模型中的经验关联式只有  $Re_{\theta,c}$  的经验关联, 原  $Re_{\theta,c}$  经验关联在 B-C 模型中不能很好地模拟转捩位置, 与实验结果有所偏差, 而, 工程上更关

心的是转捩位置，因此本文的标定工作主要依据转捩位置。本文采用与原有  $Re_{\theta}$  类似的样条拟合曲线，描述对  $Re_{\theta}$  的标定。

关联函数的标定一般选取低速平板实验中的 S&K、T3A、T3A - 和 T3B。其中低湍流度的自然转捩有 S&K 和 T3A - 实验，高湍流度的旁路转捩有 T3A 和 T3B 实验。

标定过程中使用的网格如图 1 所示。网格数量为  $348 \times 119$ ，共 41 412 个矩形单元。网格在壁面处加密以保证边界层内的正确模拟。另外，在  $x = 0$  处也加密了网格。标定计算在非结构软件平台上进行，对流项离散采用二阶精度的 Roe 格式，并使用预处理技术以适应低速流动。低速平板实验来流条件见表 1，表中 FSTI 为来流湍流强度。

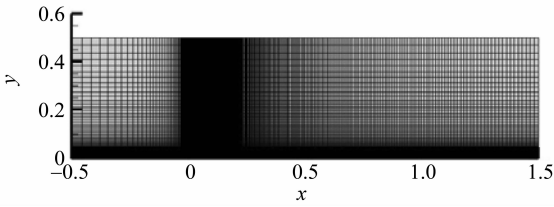


图 1 平板计算网格

Fig. 1 Computational mesh for the flat plate

表 1 平板算例来流条件

Table 1 The freestream condition for the flat plates

算例	$U/$ ( $m \cdot s^{-1}$ )	$\mu/$ ( $Pa \cdot s$ )	$\rho/$ ( $kg \cdot m^{-3}$ )	FSTI/ %
S&K	50.1	$1.8 \times 10^{-5}$	1.2	0.18
T3A -	19.8	$1.8 \times 10^{-5}$	1.2	0.874
T3A	5.4	$1.8 \times 10^{-5}$	1.2	3.5
T3B	9.4	$1.8 \times 10^{-5}$	1.2	6.5

关联函数  $Re_{\theta}$  的标定工作具体步骤如下所示：

1) 采用原有的  $Re_{\theta}$  经验关联式进行计算、并记录。将计算结果与实验值进行比较，若误差很小，则不再进行计算。

2) 对于步骤 1) 中误差较大的算例，需将  $Re_{\theta}$  定为常数代入计算。如果与实验值误差较大，则换另一常数代入计算。如此循环，直到计算值与实验值之间的误差很小为止。记录下最后的  $Re_{\theta}$  值。

3) 记录步骤 1) 和步骤 2) 的所有  $Re_{\theta}$  值。新  $Re_{\theta}$  值与原  $Re_{\theta}$  值比较如表 2 所示。

表 2 平板算例的  $Tu$  和  $Re_{\theta}$   
Table 2  $Tu$  and  $Re_{\theta}$  of the flat plate

算例	$Tu/\%$	$Re_{\theta}$ 标定值	原关联式 $Re_{\theta}$ 计算值	误差
S&K	0.18	1074.19	1 028.27	+45.92
T3A	3.5	202.087	188.386	+13.701
T3A -	0.874	781.311	537.075	+244.236
T3B	6.5	100.359	107.261	-6.902

拟合表 2 中的数据得到新的经验关联式，如式 (7) 所示：

$$Re_{\theta} = -4.351Tu^3 + 80.49Tu^2 - 502.705Tu + 1162$$

$$Tu \geq 0.027; Re_{\theta} \geq 20 \quad (7)$$

原经验关联式曲线以及新经验关联式曲线，如图 2 所示。

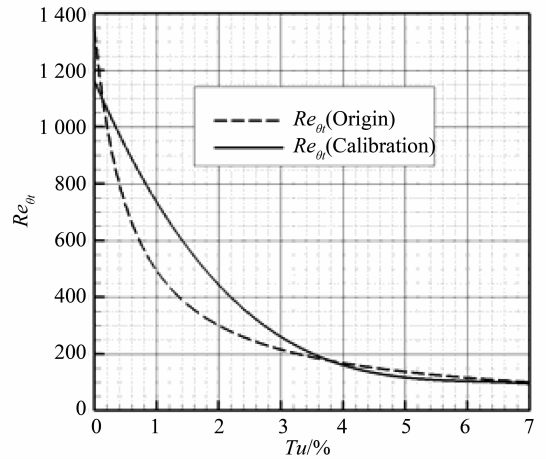


图 2 经验关联式与计算值的对比

Fig. 2 The comparison of empirical correlation and calculated value

标定后的 B-C 转捩模型的低速平板算例的计算结果如图 3 - 6 所示。

### 3 标定后的 B-C 转捩模型在二维低速问题上的应用

#### 3.1 低雷诺数算例

Eppler E387 翼型的转捩仿真是典型的低雷诺数翼型转捩算例。低雷诺数下的翼型绕流问题十分复杂，通常会有分离泡<sup>[14]</sup>，影响转捩的因素也较多。本文选取 E387 翼型在雷诺数为  $2 \times 10^5$  和  $3 \times 10^5$  时的流动，对本文的标定模型进行验证计

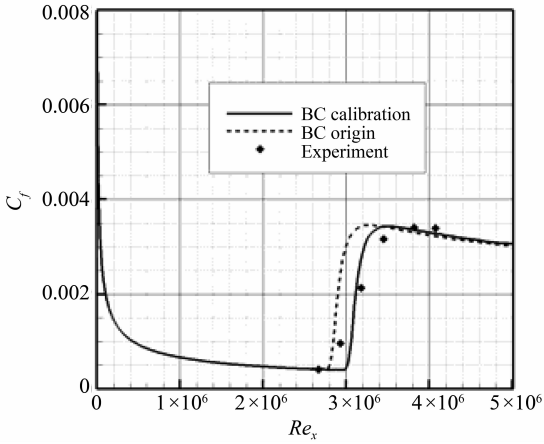


图 3 S&K 平板算例的计算结果

Fig. 3 Calculation result of S&K flat plate

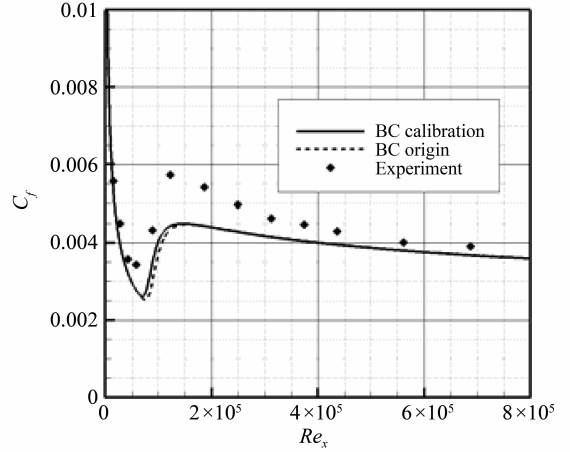


图 6 T3B 平板算例的计算结果

Fig. 6 Calculation result of T3B flat plate

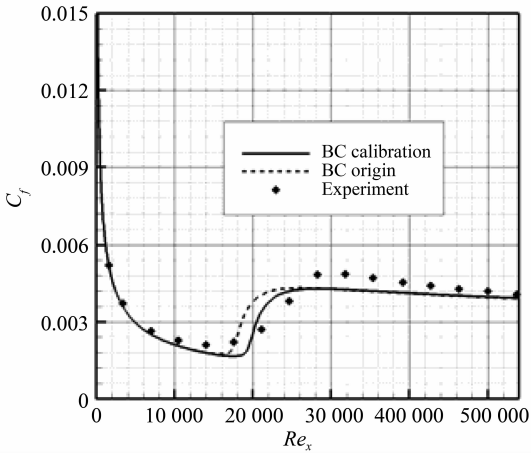


图 4 T3A 平板算例的计算结果

Fig. 4 Calculation result of T3A flat plate

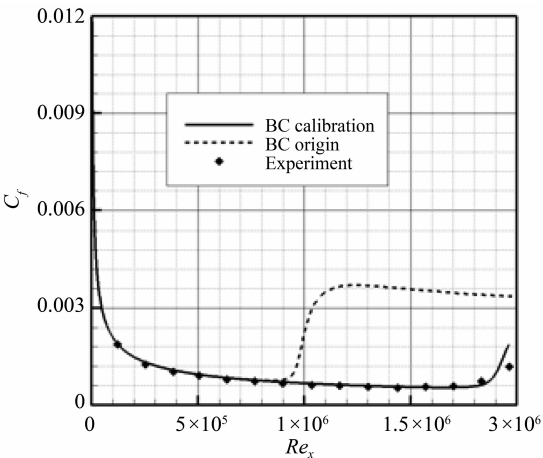
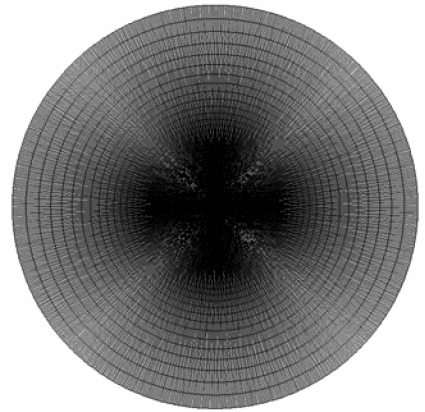


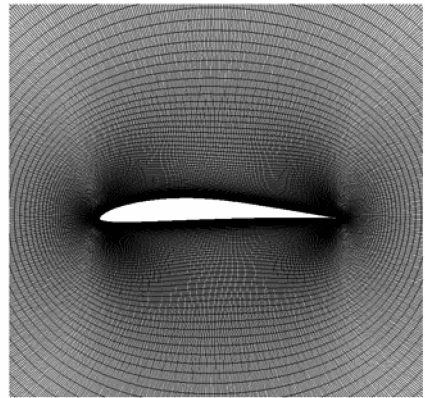
图 5 T3A - 平板算例的计算结果

Fig. 5 Calculation result of T3A- flat plate

在  $10^{-6}$  量级以保证  $y^+ < 1$ 。



(a) 远场



(b) 翼面

图 7 E387 翼型算例的网格图

Fig. 7 Mesh of E387 airfoil

算。算例采用 O 网格构型，共 129 870 个单元，如图 7 所示。网格在翼面附近加密，第一层网格控制

本算例来流湍流强度  $FSTI = 0.1\%$ ，对流项离散采用二阶精度的 Roe 格式，时间离散采用欧拉隐式格式，离散方程采用 LU-SGS 方法求解。为了更

好的模拟低速情况，加快算法的收敛，本文采用了预处理技术。本文根据气动力参数的计算结果，绘制了升力系数曲线和极曲线，分析了升阻力系数的变化趋势。最后，将转捩模型的计算结果与全湍流模型计算结果、实验结果进行了对比分析，实验结果取自文献 [13]。当计算攻角  $\alpha$  从  $-3^\circ$  增大到  $12^\circ$  时， $Re$  分别为  $2 \times 10^5$  和  $3 \times 10^5$  的升力系数、极曲线如图 8-9 所示。

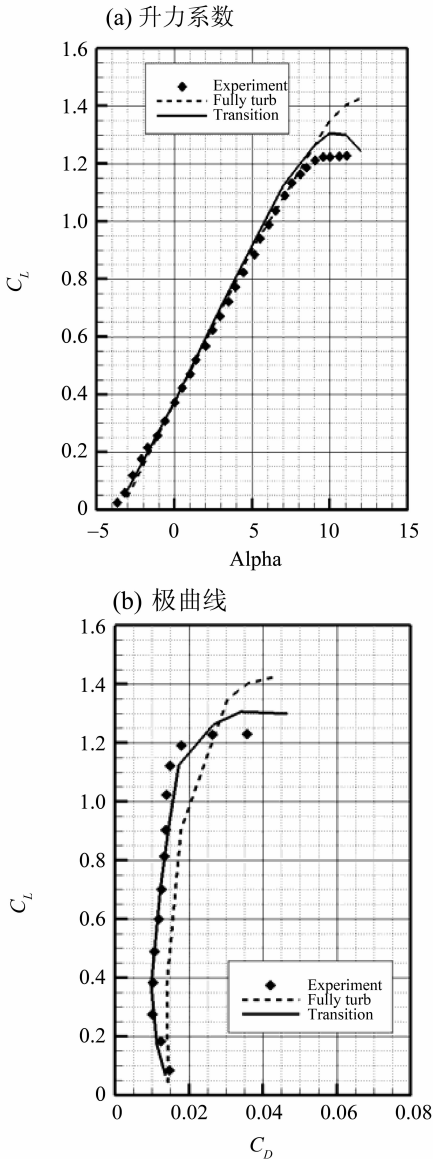


图 8  $Re = 2 \times 10^5$  时的升力系数和极曲线  
Fig. 8 Lift coefficient and polar curve at  $Re = 2 \times 10^5$

从图中可以看出，在不同雷诺数下，转捩模型的计算结果都明显优于全湍流模型。全湍流模型可以很好地模拟升力系数，但阻力系数却与实验结果相差较大，可见转捩现象的影响在气动力参数计算

上的重要性。另外，还可以发现不管是升力变化还是极曲线的计算结果与实验结果都很吻合。随着攻角的不断增大，超过失速角后，可能是由于流动分离过大，转捩模型的计算结果会出现偏差。

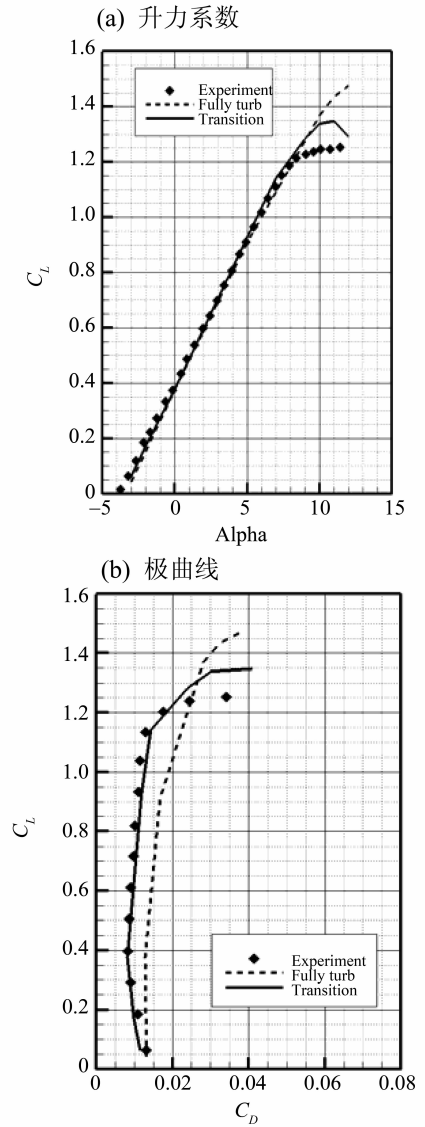
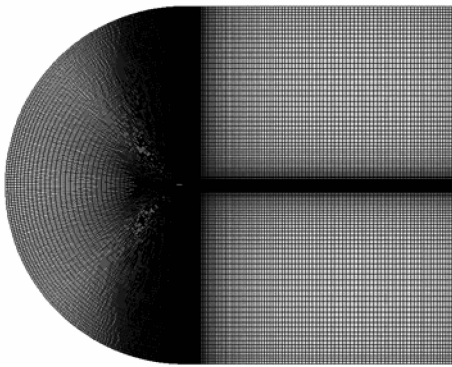


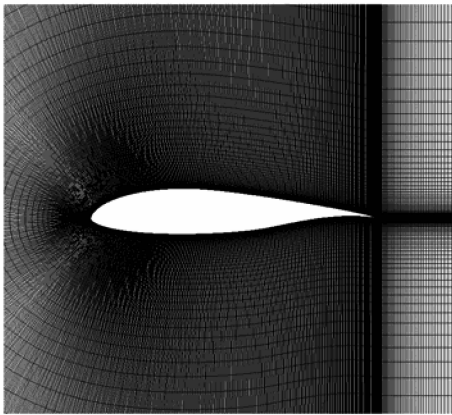
图 9  $Re = 3 \times 10^5$  时的升力系数和极曲线  
Fig. 9 Lift coefficient and polar curve at  $Re = 3 \times 10^5$

### 3.2 中高雷诺数算例

NASA/LANGLEY NLF (1) - 416 翼型被广泛应用于转捩模型的测试计算<sup>[13,15]</sup>。NLF (1) - 416 算例的实验结果取自文献 [13]。本文计算了  $Re = 1 \times 10^6$  和  $2 \times 10^6$  两种工况，来流湍流强度为 0.03%。本算例的网格采用 C 型结构网格，共 189 945 个单元，如图 10 所示。翼面上分布了 1 048 个网格点，网格在翼面附近和尾迹区加密，翼面上第一层网格高度设为  $1 \times 10^{-5}$  以保证  $y^+ < 1$ 。



(a) 远场



(b) 翼面

图 10 NLF(1)-416 翼型算例的网格图

Fig. 10 Mesh of NLF(1)-416 airfoil

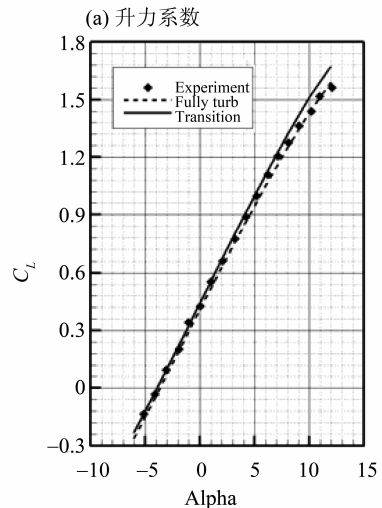
**3.2.1 气动参数** 本算例采用与 E387 翼型一样的计算方法与离散格式。当计算攻角  $\alpha$  从  $-6^\circ$  增大到  $12^\circ$  时,  $Re$  分别为  $1 \times 10^6$  和  $2 \times 10^6$  的升力系数、极曲线如图 11-12 所示。

从图 11-12 可以看出, 对于在不同雷诺数工况下的 NLF(1)-416 翼型来说, 转捩模型的计算结果同样都明显优于全湍流模型, 更加符合实际流动。从升力系数和极曲线的变化趋势来看, 转捩模型的计算结果与实验结果大致相同。

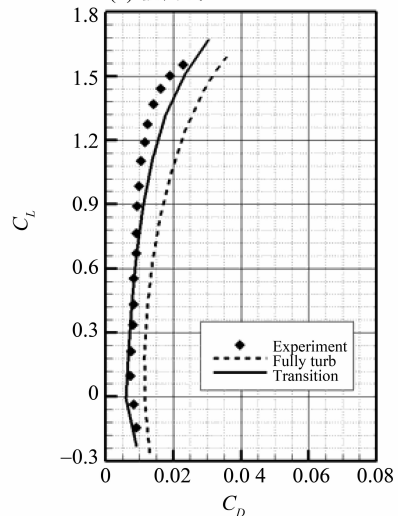
**3.2.2 摩阻系数分布**  $6^\circ$  攻角下摩阻系数计算结果如图 13-14 所示。

图 13-14 将转捩模型的计算结果与全湍流模型进行了对比。根据摩阻系数变化趋势可以判断流动是否发生了层流分离。当摩阻系数沿弦向先降为负值时, 说明出现了回流即发生层流分离; 然后,

摩阻系数迅速增长为正值, 说明分离导致转捩并且湍流又附着到物面上。从图 13 中可以看出: 在  $Re = 1 \times 10^6$  的工况下, 上翼面在翼型弦长 32.7% 处发生了分离, 在 40% 处再附着; 下翼面在在翼型弦长 61% 处发生分离, 在 68.5% 处再附着。从图 14 处可以看出: 在  $Re = 2 \times 10^6$  的工况下, 上翼面没有发生流动分离现象, 下翼面分离点位于翼型弦长 61% 处, 再附着点位于 65.7% 处。由摩阻系数计算结果可以看出转捩模型的计算结果可以体现层流分离泡在中高雷诺数翼型转捩过程中的影响。



(a) 升力系数

图 11  $Re = 1 \times 10^6$  时的升力系数和极曲线Fig. 11 Lift coefficient and polar curve at  $Re = 1 \times 10^6$

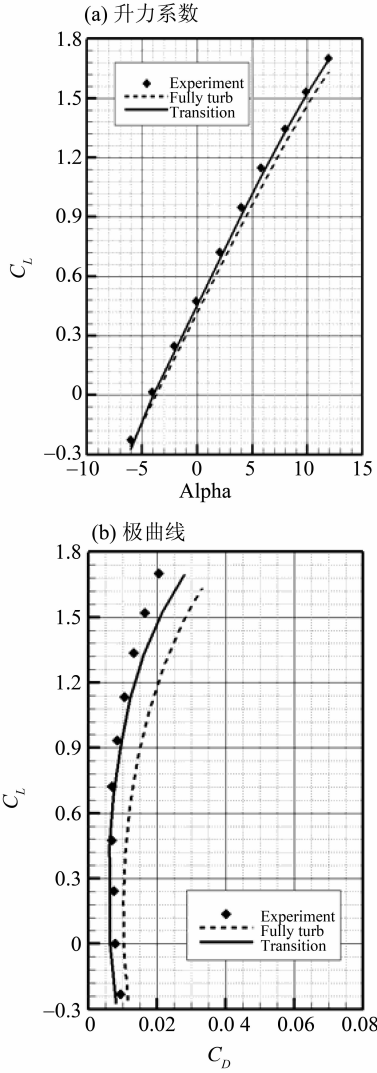


图 12  $Re = 2 \times 10^6$  时的升力系数和极曲线  
Fig. 12 Lift coefficient and polar curve at  $Re = 2 \times 10^6$

## 4 结 论

本文确定了一组经验关联函数，并且在低速平板算例中的摩擦系数分布与实验结果吻合得很好，说明了本文的标定工作是成功的；在二维低速问题

中对比了标定后的 B-C 转捩模型和全湍流模型，选择了中低雷诺数两个算例。计算结果表明标定后的 B-C 转捩模型可以很好地捕捉转捩过程，中等攻角下计算出的升力阻力系数与实验结果吻合得较好。标定后的 B-C 转捩模型还可以反映层流分离泡在中高雷诺数翼型转捩过程中的影响。这些都说明了 B-C 转捩模型的合理性。

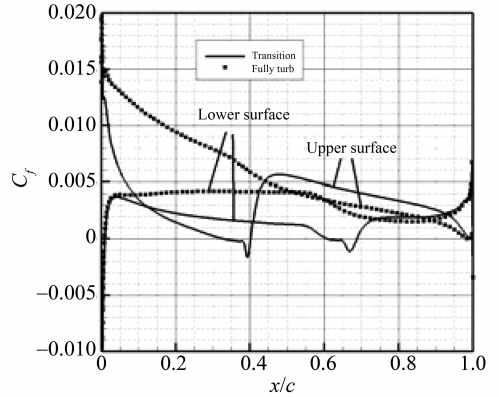


图 13  $Re = 1 \times 10^6$  时的摩擦系数计算结果  
Fig. 13 Frictions coefficient around the airfoil at  $Re = 1 \times 10^6$

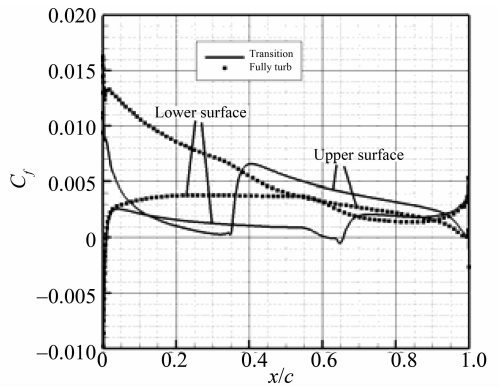


图 14  $Re = 2 \times 10^6$  时摩擦系数计算结果  
Fig. 14 Frictions coefficient around the airfoil at  $Re = 1 \times 10^6$

## 参考文献：

[1] SPALART P R, ALLMARAS S R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flow[J]. Recherche Aerospaciale, 1994, 1(1):5-21.

[2] MENTER F R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications[J]. AIAA Journal, 1994, 32(8):269-289.

[3] LANGTRY R B, MENTER F R. Correlation-based transition model for unstructured parallelized computational fluid dynamic codes[J]. AIAA Journal, 2009, 47(12):2894-2906.

[4] MENTER F R, LANGTRY R B, LIKKI S R, et al. A correlation-based transition model using local variables-part 1: model formulation[J]. Journal of Turbomachinery, 2006, 128(3):57-67.

[5] SHIVAJI M, BAEDER J D. Application of the correlation-based  $\gamma - \overline{Re_{\theta_i}}$  transition model to the spalart-allmaras

- turbulence model[R]. Honolulu Hawaii:AIAA, 2011.
- [6] 张玉伦,王光学,孟德虹,等.  $\gamma-Re_\theta$  转捩模型的标定研究[J]. 空气动力学学报, 2011, 29(3):295-301.  
ZHANG Y L, WANG G X, MENG D H, et al. Calibration of  $\gamma-Re_\theta$  transition model [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2011, 29(3):295-301.
- [7] 王圣业,王光学,董义道,等. 基于高精度加权紧致非线性格式的  $\gamma-Re_\theta$  转捩模型标定与应用[J]. 国防科技大学学报, 2016, 38(4):14-20.  
WANG S Y, WANG G X, DONG Y D, et al. Calibration and application of  $\gamma-Re_\theta$  transition model based on high-order weighted compact nonlinear scheme [J]. Journal of National University of Defence Technology, 2016, 38(4):14-20.
- [8] 牟斌,江雄,肖中云,等.  $\gamma-Re_\theta$  转捩模型的标定与应用[J], 空气动力学学报, 2012, 31(1):103-109.  
MOU B, JIANG X, XIAO Z Y, et al. Implementation and calibration of  $\gamma-Re_\theta$  transition model[J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2012, 31(1):103-109.
- [9] 王刚,刘毅,王光秋,等. 采用  $\gamma-Re_{\theta_i}$  模型的转捩流动计算分析[J]. 航空学报, 2014, 35(1):70-79.  
WANG G, LIU Y, WANG G Q, et al. Transitional flow simulation based on  $\gamma-Re_{\theta_i}$  transition model[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2014, 35(1):70-79.
- [10] PAUL M, KEERATI S, EKACHAI J. Calibrating the  $\gamma-Re_\theta$  transition model for commercial CFD[R]. Orlando Florida:AIAA, 2009.
- [11] TAKASHI M, SHIGERU O. Application of local correlation-based transition model to flows around wings [R]. Reno Nevada:AIAA, 2006.
- [12] KARL P, SIMONE C. Implementation and verification of a correlation based transition prediction method[R]. Seattle Washington:AIAA, 2008.
- [13] ONUR B, SAMET C C, UNVER K. A novel intermittency distribution based transition model for low- $Re$  number airfoils [R]. San Diego California:AIAA, 2013.
- [14] 刘沛清,马利川,屈秋林,等. 低雷诺数下翼型层流分离泡及吹吸气控制数值研究[J]. 空气动力学学报, 2013, 31(4):518-524.  
LIU P Q, MA L C, QU Q L, et al. Numerical investigation of laminar separation bubble control by blowing/suction on an airfoil at low  $Re$  number [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2013, 31(4):518-524.
- [15] 陈奕,高正红. Gamma-Theta 转捩模型在绕翼型流动问题中的应用[J]. 空气动力学学报, 2009, 27(4):411-418.  
CHEN Y, GAO Z H. Application of gamma-theta transition model to flows around airfoils [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2009, 27(4):411-418.